

Bonjour à tous, j'espère que vous allez bien.

Voici le correctif des exercices que vous deviez faire sur les polynômes, matière qui a été vue en classe juste avant le confinement.

Vérifiez bien vos réponses et vous devez refaire les exercices qui n'étaient pas justes.

Cette partie est très importante pour le cours de 4^{ème}.

Bon travail.

Mr BODART

10) Exercices

1 RAPPEL : EFFECTUE les opérations et RÉDUIS si possible.

a) $2b - 7b + 3b = \dots -2b \dots$

b) $4y^2 - y^3 + 2y^2 = \dots 2y^2 - y^3 \dots$

c) $5x - (4 - 3x) = \dots 6x - 4 \dots$

d) $8m \cdot 2m^2 = \dots 16m^3 \dots$

e) $(-t + 5) \cdot (-2) = \dots 2t - 10 \dots$

f) $(a - 4) \cdot (2a + 3) = \dots 2a^2 + 3a - 8a - 12 = 2a^2 - 5a - 12 \dots$

g) $-3z \cdot (-2x) \cdot (-5xy) = \dots -30x^2yz \dots$

2 Complète le tableau :

Monôme	Coefficient	Partie littérale	Degré en x
$-3x^5$	-3	x^5	5
$14x$	14	x	1
35	35	x^0	0

3 Réduis et ordonne les polynômes ci-dessous. Donne ensuite leur degré et dis s'ils sont complets.

$P(x) = \underline{3x^2} - 4x^3 + \underline{3} + 4x - \underline{6} + \underline{2x^2}$ $= -4x^3 + 5x^2 + 4x - 3$ <p style="text-align: right;">complet</p>	$R(x) = \underline{3x} - \underline{5x^2} - \underline{4x} + x^3 - 8 - \underline{5x^2}$ $= x^3 - 10x^2 - x - 8$ <p style="text-align: right;">complet</p>
$Q(x) = \cancel{x^3} - \cancel{5x^2} - \cancel{4x} - \cancel{x^3} + 8 + \cancel{4x} + \cancel{5x^2}$ $= 8$ <p style="text-align: right;">complet</p>	$S(x) = \underline{4y^3} - 3y + \underline{y^3} - y^2$ $= 5y^3 - y^2 - 3y$ $5y^3 - y^2 - 3y + 0$ <p style="text-align: right;">incomplet</p>

4 Ecris :

- Un polynôme du 3^{ème} degré en x, réduit et ordonné par rapport aux puissances décroissantes de x.

$x^3 + 2x^2 - 3x + 1$

- Un polynôme du 4^{ème} degré en y, réduit, ordonné et incomplet par rapport aux puissances croissantes de y :

$3 + 4y + 5y^2 + 6y^4$

- Un polynôme en x, réduit, complet et ordonné par rapport aux puissances décroissantes de x et dont les coefficients sont dans l'ordre : 5 ; -2 ; 4 ; 1 et 4.

$5x^4 - 2x^3 + 4x^2 + x + 4$

5 Si $P(x) = 4x^2 - 2x + 3$ et $R(x) = 7x^3 - 2x + 4x^5 - 4$, calcule la valeur numérique demandée :

$P(0) = 4 \cdot 0^2 - 2 \cdot 0 + 3 = 3$	$R(0) = 7 \cdot 0^3 - 2 \cdot 0 + 4 \cdot 0^5 - 4 = -4$
$P(2) = 4 \cdot 2^2 - 2 \cdot 2 + 3 = 16 - 4 + 3 = 15$	$R(1) = 7 \cdot 1^3 - 2 \cdot 1 + 4 \cdot 1^5 - 4 = 7 - 2 + 4 - 4 = 5$
$P(-1) = 4 \cdot (-1)^2 - 2 \cdot (-1) + 3 = 4 \cdot 1 - 2 \cdot (-1) + 3 = 4 + 2 + 3 = 9$	$R(-2) = 7 \cdot (-2)^3 - 2 \cdot (-2) + 4 \cdot (-2)^5 - 4 = 7 \cdot (-8) - 2 \cdot (-2) + 4 \cdot (-32) - 4 = -56 + 4 - 128 - 4 = -184$
$P\left(\frac{1}{2}\right) = 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{2} + 3 = 4 \cdot \frac{1}{4} - 2 \cdot \frac{1}{2} + 3 = 1 - 1 + 3 = 3$	$R\left(\frac{1}{2}\right) = 7 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 - 2 \cdot \frac{1}{2} + 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 - 4 = 7 \cdot \frac{1}{8} - 1 + 4 \cdot \frac{1}{32} - 4 = \frac{7}{8} - 1 + \frac{1}{8} - 4 = \frac{8}{8} - 5 = -4$

6 Soient les polynômes : $A(x) = 1 - 2x + 3x^2 - 4x^3$; $B(x) = 6x - x^2$; $C(x) = 4 + 2x^3$

1) Calcule les polynômes suivants (sur feuille quadrillée) :

a) $S(x) = A(x) + B(x) + C(x) = -2x^3 + 2x^2 + 4x + 5$ c) $Q(x) = A(x) - B(x) = -4x^3 + 4x^2 - 8x + 1$

b) $D(x) = A(x) - B(x) + C(x) = -2x^3 + 4x^2 - 8x + 5$ d) $R(x) = -A(x) + B(x) - C(x) = 2x^3 - 4x^2 + 8x - 5$

2) Complète ensuite le tableau suivant.

d° A(x)	= 5	= 2	= 5	= a	= a
d° B(x)	= 3	= 3	= 5	= a + 2	= b
d° (A(x) + B(x))	= 5	= 3	= 5	= a + 2	a + b

7 Soient les polynômes : $A(x) = -2x^2$ $B(x) = 2x + 3$ $E(x) = 4x - x^2$
 $C(x) = 4x^3 - 2x$ $D(x) = -2 + 3x^2 - 2x$

1) Calcule les polynômes suivants (sur feuille quadrillée) :

a) $P(x) = A(x) \cdot B(x) = -4x^3 - 6x^2$ c) $R(x) = 2C(x) \cdot D(x) = 24x^5 - 16x^4 - 28x^3 + 2x^2 + 8x$

b) $Q(x) = -C(x) \cdot E(x) = 4x^5 - 16x^4 - 2x^3 + 8x^2$ d) $T(x) = A(x) \cdot B(x) \cdot E(x) = -10x^4 + 4x^3 - 24x^3$

2) Complète, ensuite, le tableau suivant.

d° A(x)	= 2	= 4	= 5	= a	= a
d° B(x)	= 5	= 2	= 5	= a	= b
d° (A(x) \cdot B(x))	= 7	= 6	= 10	= 2a	= a + b

8 Etonnant programme de calcul :

- Choisis un nombre entier.
- Multiplie l'entier qui est juste avant par l'entier qui est juste après.
- Elève au carré le nombre de départ.
- Retranche à ce carré le produit précédent.

Donne le résultat :

• 2
 • $1 \cdot 3 = 3$
 • $2^2 = 4$
 • $4 - 3 = 1$

Essaye avec un autre nombre :

• 11
 • $10 \cdot 12 = 120$
 • $11^2 = 121$
 • $121 - 120 = 1$

Que remarques-tu ?

Justifie-le algébriquement

• x
 • $(x-1) \cdot (x+1) = x^2 - 1$
 • x^2
 • $x^2 - (x^2 - 1) = x^2 - x^2 + 1 = 1$

9 Applique les formules des produits remarquables :

Série 1	Série 2
a) $(a-6) \cdot (a+6) = a^2 - 36$	a) $(3a + \sqrt{2})^2 = 9a^2 + 6\sqrt{2}a + 2$
b) $(3a - \sqrt{5})^2 = 9a^2 - 6\sqrt{5}a + 5$	b) $(3x^3 + \frac{1}{4}) \cdot (3x^3 - \frac{1}{4}) = 9x^6 - \frac{1}{16}$
c) $(3a^2b - 5ab^2) \cdot (3a^2b + 5ab^2) = 9a^4b^2 - 25a^2b^4$	c) $(-4a + \sqrt{3}) \cdot (4a + \sqrt{3}) = 3 - 16a^2$
d) $(-\sqrt{5} + 2a) \cdot (-\sqrt{5} - 2a) = (\sqrt{5})^2 - (2a)^2 = 5 - 4a^2$	d) $(-2a - b)^2 = 4a^2 + 4ab + b^2$
e) $(5a^3b^2 + 2a^2b)^2 = 25a^6b^4 + 20a^5b^3 + 4a^4b^2$	e) $(-3x^2 - 5) \cdot (3x^2 - 5) = 25 - 9x^4$

Série 3. Applique les formules des produits remarquables :

- a) $(x+2)(x-2)(x^2-4) = (x^2-4) \cdot (x^2-4) = (x^2-4)^2 = x^4 - 8x^2 + 16$
- b) $(a^2-1)(a^4+1)(a^2+1) = (a^4-1) \cdot (a^2+1) = a^8 - 1$
- c) $[(4a-3) \cdot (4a+3)]^2 = (16a^2-9)^2 = 256a^4 - 288a^2 + 81$
- d) $(3x-2)(9x^2-4)(3x+2) = (9x^2-4) \cdot (9x^2-4) = (9x^2-4)^2 = 81x^4 - 72x^2 + 16$

10 Effectue les produits puis réduis les termes semblables :

- a) $2x \cdot (3x+2) - 5(3x+6) = 6x^2 + 4x - 15x - 30 = 6x^2 - 11x - 30$
- b) $(3x+1) \cdot (2x-4) + (5x^2-1)^2 = 6x^2 - 12x + 2x - 4 + 25x^4 - 10x^2 + 1 = 25x^4 - 4x^2 - 10x - 3$
- c) $(2a-5b)(2a+5b) - 3a \cdot (2b+2) = 4a^2 - 25b^2 - 6ab - 6a$
- d) $3x \cdot (2x-3) - (3x+2)^2 = 6x^2 - 9x - (9x^2 + 12x + 4) = 6x^2 - 9x - 9x^2 - 12x - 4 = -3x^2 - 21x - 4$
- e) $(2x-1)^2 - (3x+2)(3x-2) = 4x^2 - 4x + 1 - (9x^2 - 4) = 4x^2 - 4x + 1 - 9x^2 + 4 = -5x^2 - 4x + 5$
- f) $(2x+3y)(3y-2x) - (2x+y)^2 = 9y^2 - 4x^2 - (4x^2 + 4xy + y^2) = 9y^2 - 4x^2 - 4x^2 - 4xy - y^2 = 8y^2 - 8x^2 - 4xy$
- g) $(3x+2)(3-2x) - (3x+2)(2x-4) = 9x - 6x^2 + 6 - 4x - (6x^2 - 12x + 4x - 8) = 9x - 6x^2 + 6 - 4x - 6x^2 + 12x - 4x + 8 = -12x^2 + 13x + 14$
- h) $(3x-2y)^2 - (4x+3y)^2 = 9x^2 - 12xy + 4y^2 - (16x^2 + 24xy + 9y^2) = 9x^2 - 12xy + 4y^2 - 16x^2 - 24xy - 9y^2 = -7x^2 - 36xy - 5y^2$

⑦

$$\begin{aligned} a) S(x) &= 1 - \underline{2x} + \underline{3x^2} - \underline{4x^3} + \underline{6x} - \underline{x^2} + \underline{4} + \underline{2x^3} \\ &= -2x^3 + 2x^2 + 4x + 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) D(x) &= 1 - 2x + 3x^2 - 4x^3 - (6x - x^2) + 4 + 2x^3 \\ &= 1 - \underline{2x} + \underline{3x^2} - \underline{4x^3} - \underline{6x} + \underline{x^2} + \underline{4} + \underline{2x^3} \\ &= -2x^3 + 4x^2 - 8x + 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c) Q(x) &= 1 - 2x + 3x^2 - 4x^3 - (6x - x^2) \\ &= 1 - \underline{2x} + \underline{3x^2} - \underline{4x^3} - \underline{6x} + \underline{x^2} \\ &= -4x^3 + 4x^2 - 8x + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d) R(x) &= -(1 - 2x + 3x^2 - 4x^3) + 6x - x^2 - (4 + 2x^3) \\ &= -1 + \underline{2x} - \underline{3x^2} + \underline{4x^3} + \underline{6x} - \underline{x^2} - \underline{4} - \underline{2x^3} \\ &= 2x^3 - 4x^2 + 8x - 5 \end{aligned}$$

⑧ a) $P(x) = -2x^2 \cdot (2x + 3)$

$$= -4x^3 - 6x^2$$

b) $Q(x) = (-4x^3 + 2x) \cdot (4x - x^2)$

$$\begin{aligned} &= -16x^4 + 4x^5 + 8x^2 - 2x^3 \\ &= 4x^5 - 16x^4 - 2x^3 + 8x^2 \end{aligned}$$

c) $R(x) = 2(4x^3 - 2x) \cdot (-2 + 3x^2 - 2x)$

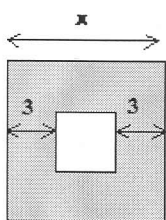
$$\begin{aligned} &= (8x^3 - 4x) \cdot (-2 + 3x^2 - 2x) \\ &= \underline{-16x^3} + \underline{24x^5} - \underline{16x^4} + \underline{8x} - \underline{12x^3} + \underline{8x^2} \\ &= 24x^5 - 16x^4 - 28x^3 + 8x^2 + 8x \end{aligned}$$

d) $\Pi_{ij} = -2x^2 \cdot (2x + 3) \cdot (4x - x^2)$

$$\begin{aligned} &= (-4x^3 - 6x^2) \cdot (4x - x^2) \\ &= \underline{-16x^4} + \underline{4x^5} - \underline{24x^3} + \underline{6x^4} \\ &= -10x^4 + 4x^5 - 24x^3 \end{aligned}$$

11 a) Exprime l'aire de la bande grisée de 3 cm de large dont le carré extérieur mesure x cm de côté.

b) Que vaut l'aire de la partie grisée si x vaut 14 ?

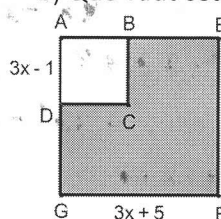


$$\begin{aligned} \text{a) Aire} &= x^2 - (x-3)^2 \\ &= x^2 - (x^2 - 6x + 9) \\ &= x^2 - x^2 + 6x - 9 \\ &= 6x - 9 \end{aligned}$$

$$\text{b) } A(14) = 6 \cdot 14 - 9 = 84 - 9 = 75 \text{ cm}^2$$

12 a) Exprime l'aire de la partie colorée de cette figure si AEGF et ABCD sont des carrés.

b) Que vaut cette aire si x vaut 3 ?



$$\begin{aligned} \text{a) } A &= (3x+5)^2 - (3x-1)^2 \\ &= 9x^2 + 30x + 25 - (9x^2 - 6x + 1) \\ &= 9x^2 + 30x + 25 - 9x^2 + 6x - 1 \\ &= 36x + 24 \end{aligned}$$

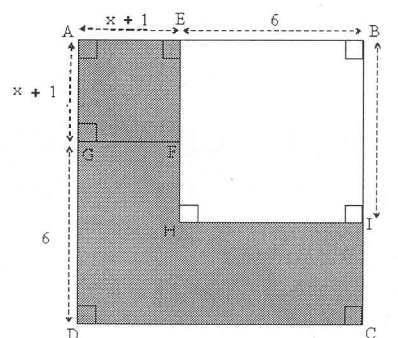
$$A(3) = 36 \cdot 3 + 24 = 132$$

13 a) Calcule l'aire grisée en fonction de x si ABCD est un carré.

$$\begin{aligned} \text{Aire} &= (x+7)^2 - 6^2 \\ &= x^2 + 14x + 49 - 36 \\ &= x^2 + 14x + 13 \end{aligned}$$

b) Calcule l'aire du polygone GFHICD

$$\begin{aligned} \text{Aire}_{\text{GFHICD}} &= x^2 + 14x + 13 - (x+7)^2 \\ &= x^2 + 14x + 13 - (x^2 + 14x + 49) \\ &= x^2 + 14x + 13 - x^2 - 14x - 49 \\ &= -36 \end{aligned}$$



14 Effectue les divisions suivantes.

a) $6a^3b^5 : 2a^2b^3 = 3ab^2$

b) $-12x^2y : (-4x^2) = 3y$

c) $(9x^5 + 6x^4 - 12x^3) : 3x^2 = 3x^3 + 2x^2 - 4x$

15 Recherche le degré du quotient sans effectuer le résultat.

a) $(5x^2 + 4x^4 - 3x) : (x^2 - 3)$ 2

b) $(5y - 3 + 2y^8) : (5y - 6y^3)$ 5

c) $(2y^6 + 2y^3 - y^4) : (2 - 4y^3)$ 3